

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Министерство образования Новгородской области
Комитет по образованию
Администрации Великого Новгорода
Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение
«Гимназия «Гармония»
(МАОУ «Гимназия «Гармония»)**

**Утверждено приказом
от 27.08.2024 г. № 84а**

**Приложение 1 к «Основной
образовательной программе
среднего общего образования
МАОУ «Гимназия
«Гармония»**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

курса по выбору «Логические основы математики»

для обучающихся 10-11 классов

**Великий Новгород
2024**

1. Пояснительная записка

Программа учебного курса «Логические основы математики» из части учебного плана, формируемой участниками образовательных отношений, адресована учащимся 10 – 11 классов и обеспечивает реализацию индивидуальных потребностей обучающихся. Данная программа изучается в течение двух лет.

Формирование логической культуры учащихся - важное условие математического образования. Логическая культура формируется в процессе познания, самостоятельного творческого мышления, при усвоении специальных методов и приемов доказательного рассуждения.

Логическая культура не является врожденной, её надо воспитывать, причем уже в начальной школе. Ее повышению эффективно способствует изучение основ логики как предмета образования. Соблюдение правил логики избавляет рассуждения человека от запутанности, обеспечивает доказательство истинных суждений и опровержение ложных. Правильному мышлению свойственны определенность, непротиворечивость, последовательность и обоснованность.

Изучение логики способствует становлению самосознания, интеллектуальному развитию личности. Овладение логическими знаниями и умелое их использование на практике помогает разбираться в закономерностях и взаимосвязях явлений общественной жизни, вести аргументированную полемику, доказательно отстаивать истинные суждения.

Людям необходимо умение эффективно и корректно вести диалоги, критически воспринимать аргументацию оппонентов, уметь находить нужные аргументы, культурно и логически грамотно опровергать ложные тезисы, встречающиеся в полемике, дискуссиях, диспутах и других формах диалога.

Цель курса – дать учащимся знание законов и логических форм мышления, а также сформировать навыки и умения, необходимые для реализации полученных знаний на практике (на уроках математики, информатики, физики и др.) и в повседневной жизни.

Задачи курса

1. Дать четкие научные знания и навыки по основным темам логики, в том числе:

а) формам мышления (понятиям, суждениям, умозаключениям); б) законам (принципам) мышления: закону тождества, закону непротиворечия, закону исключенного третьего, закону достаточного основания и др.; сформировать у учащихся практические навыки аргументации, доказательства и опровержения, показать встречающиеся в этом процессе правила и логические ошибки, различные уловки, применяемые в ходе полемики, дискуссий, диспутов и других форм диалогов.

2. Акцентировать внимание учащихся на разделах логики, связанных с обучением, научить учащихся применять полученные логические знания в процессе изучения математики, информатики и других школьных предметов.

3. Увязать изучение логики с эристикой (искусством спора) и риторикой (ораторским искусством), а также с эстетикой. Эта задача может быть выполнена в процессе факультативных занятий по указанным темам.

4. Выработать у учащихся умения и навыки решения логических задач; научить их иллюстрировать различные виды понятий, суждений, умозаключений новыми примерами, найденными ими в художественной и учебной литературе.

5. Предложить учащимся оптимальное сочетание традиционной формальной логики и элементов символической (математической) логики.

2. Содержание элективного курса

Тема I. Предмет и значение логики

Формы чувственного познания (ощущение, восприятие, представление). Формы абстрактного мышления (понятие, суждение, умозаключение). Как возникла и развивалась логика. Роль логики в повышении культуры мышления. Знание логики - рациональная основа процесса обучения, том числе математики. Описательные и логические термины: логические связки, кванторы. Составление формул для сложных суждений.

Тема II. Понятие

Понятие как форма мышления. Виды признаков предметов: свойства и отношения. Языковые формы выражения понятий. Роль понятий в познании (на примерах математики, информатики и др. школьных дисциплин). Основные логические приемы формирования понятий: анализ, синтез, сравнение, абстрагирование, обобщение. Объем и содержание понятия.

Виды понятий. Отношения между понятиями. Совместимые и несовместимые понятия. Типы совместимости: равнозначность, перекрещивание, подчинение. Типы несовместимости: соподчинение, противоположность, противоречие. Решение задач, включающих понятия на материале математики, информатики и др. предметов.

Определения понятия. Реальные и номинальные определения. Правила определения понятий. Ошибки, возможные в определении. Приемы, сходные с определением понятий: описание, характеристика, разъяснение посредством примера, сравнение, различение. Нахождение учащимися определений понятий и использование приёмов, их заменяющих, в школьных учебниках по математике и детской литературе.

Деление понятий. Виды деления: по видоизменению признака и дихотомическое (двучленное). Правила деления понятий. Возможные ошибки в делении. Использование операции деления понятий и классификации в математике.

Обобщение и ограничение понятий. Использование этих логических операций в математике.

Тема III. Суждение (высказывание)

Общая характеристика суждения. Суждение и предложение.

Виды простых суждений: суждение свойства (атрибутивное), суждение существования, суждения с отношениями.

Простое суждение и его состав: субъект, предикат, связка, кванторное слово. Классификация простых суждений по качеству и количеству. Объединённая классификация простых суждений по качеству и количеству. Приведения суждения к чёткой логической форме.

Сложное суждение и его виды. Образование сложных суждений из простых с помощью логических связок: конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции и отрицания. Составление формул для сложных суждений. Приведение содержательных примеров сложных суждений по данной формуле исчисления высказываний (например, по формуле $(a \wedge b) \rightarrow (c \wedge (d \vee f))$).

Тема IV. Законы (принципы) правильного мышления

Основные черты правильного мышления: определенность, последовательность, непротиворечивость и доказательность. Общая характеристика законов (принципов) правильного мышления. Закон тождества. Закон непротиворечия. Закон исключенного третьего. Закон достаточного основания. Нахождение учащимися примеров, показывающих нарушение этих законов в мышлении.

Тема V. Дедуктивные умозаключения

Общее понятие об умозаключении. Структура умозаключения: посылки; заключение; логическая связь между посылками и заключением (вывод). Виды умозаключений: дедуктивные, индуктивные, по аналогии. Понятие дедуктивного умозаключения. Необходимый характер логического следования в правильно построенных дедуктивных умозаключениях. Умозаключения непосредственные и опосредованные. Непосредственные умозаключения: превращение, обращение, противопоставление предикату. Простой категорический силлогизм. Состав, фигуры, модусы, правила категорического силлогизма. Сокращенный категорический силлогизм. Полисиллогизмы. Сориты.

Вывод логики высказываний. Прямые выводы. Условные умозаключения. Чисто условные умозаключения. Условно-категорические умозаключения. Разделительные умозаключения. Чисто разделительные и разделительно-категорические умозаключения. Дилеммы. Трилеммы.

Тема VI. Символическая логика. Современная дедуктивная логика

Операции с классами (объемами) понятий: объединение, пересечение, вычитание. Решение задач, включающих два, три или большее число классов на материале математики, информатики и др. школьных учебных предметов. **Исчисление высказываний** (пропозициональная логика). Понятие высказывания. Простые и сложные высказывания. Способы образования сложных высказываний с помощью логических связок (союзов): конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции и отрицания. Тождественно-

истинные формулы (законы логики или тавтологии), тождественно-ложные формулы (противоречия) и выполнимые формулы. Исчисление высказываний. Наиболее часто употребляемые схемы правильных рассуждений (умозаключений) закон транзитивности, модус поненс, модус толленс, модус понендо толлес, модус толлендо поненс, дилеммы, законы редукции к абсурду, законы де Моргана, законы идемпотентности, законы коммутативности, закон ассоциативности, законы дистрибутивности, законы двойного отрицания и др. Установление обоснованности рассуждений с помощью таблицы истинности. Отрицание простых и сложных суждений (высказываний). Образование суждения, противоположного сложному суждению. Логическое противоречие и логическое следование. Закон непротиворечив и закон исключенного третьего.

Выражение логических связей (логических постоянных) в естественном языке.

Логическое следствие.

Равносильные формулы. Доказательство законов, выражающих эквивалентную замену:

$$1. (p \rightarrow q) \equiv (\bar{p} \vee q); (p \rightarrow q) \equiv \overline{p \wedge \bar{q}}$$

$$2. (p \equiv q) \equiv ((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)); (p \equiv q) \equiv ((p \wedge q) \vee (\bar{q} \wedge \bar{p}))$$

3. Правило импортации (конъюнктивного объединения условий):

$$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) = (p \wedge q) \rightarrow r$$

4. Правило экспортации (разъединения условий): $((p \wedge q) \rightarrow r = (p \rightarrow (q \rightarrow r)))$.

Доказательства эквивалентности двух выражений путем эквивалентных преобразований. Иные способы доказательств, применяемые в логике высказываний: доказательство условное (методом допущений); доказательство тождественной истинности формул приведением их к конъюнктивной нормальной форме и др. Выведение всех простых следствий из данных посылок методом Порецкого – Блэка. Приложение логики высказываний к анализу и синтезу контактных электронных схем. Элементы логики предикатов.

Язык логики предикатов: индивидные и предикатные переменные, кванторы общности и существования. Свободные и связанные переменные. Квантор общности и его связь с конъюнкцией; квантор существования и его связь с дизъюнкцией.

Запись суждений А, Е, I, О на языке логики предикатов. Правила отрицания кванторов. Запись отрицания простых категорических суждений в логике предикатов («логический квадрат»). Некоторые простейшие законы логики предикатов

Тема VII. Индуктивные умозаключения

Понятие умозаключения и его виды. Полная индукция и ее использование в математике. Математическая индукция. Неполная индукция и ее виды: индукция через простое перечисление (популярная); индукция

через анализ и отбор фактов, научная индукция. Условия повышения достоверности индуктивного рассуждения. Индуктивные методы установления причинных связей. Метод сходства. Метод различия. Метод сопутствующих изменений. Метод остатков. Роль индуктивных умозаключений в познании. Взаимосвязь индукции и дедукции в познании и учебном процессе. Индуктивные и дедуктивные методы изложения учебного материала в математике.

Тема VIII. умозаключения по аналогии

Аналогия и ее структура. Виды умозаключений по аналогии: аналогия свойств и аналогия отношений. Нестрогая и строгая аналогия. Ложная аналогия. Условия повышения степени вероятности заключений в выводах нестрогой аналогии. Достоверность заключений в выводах строгой аналогии. Роль аналогии в познании. Аналогия Логическая основа метода моделирования науке и технике. Использование аналогии в процессе обучения на уроках истории, физики, астрономии, математики, биологии и др. Д. Пойа о примерах применения аналогий в математике.

Тема IX. Искусство доказательства и опровержения

Структура и виды доказательств. Доказательство и убеждение. Структура доказательства: тезис, аргументы, демонстрация. Роль доказательства в школьном обучении, в том числе в математике. Прямое и косвенное доказательство. Использование их в математике. Правила доказательного рассуждения: по отношению к тезисам, к аргументам, к форме доказательства. Логические ошибки относительно доказываемого Тезиса, ошибки в аргументах доказательства и в форме доказательства. Понятие о логических парадоксах («Куча», «Лысый», «Рогатый», «Мэр города» и др.). Математические софизмы, опровержение. Структура опровержения. Опровержение тезиса (прямое и косвенное): критика аргументов, выявление несостоятельности демонстрации.

Тема X. Гипотеза. Гипотеза как форма развития знаний

Логико-методологические условия состоятельности научных гипотез. Виды гипотез: общие, частные, и единичные. Понятие рабочей гипотезы. Конкурирующие гипотезы в науке; условия отбора предпочтительных гипотез. Построение гипотезы и этапы её развития. Роль умозаключений и опытных данных при формировании гипотез. Метод множественных гипотез. Основной способ подтверждения гипотез: выведение следствий и их верификация. Роль эксперимента в процессе верификации. Вероятностная оценка степени подтверждения гипотез. Прямой и косвенный способы доказательства гипотез. Способы опровержения гипотез.

Предполагаемые формы организации учебных занятий: лекционно – семинарская, работа в малых группах, самостоятельная работа с различными источниками, занятия с использованием поисковых и исследовательских методов. Представляется перспективным использование компьютерных технологий на практических занятиях.

Планируемые результаты освоения курса по выбору «Логические основы математики»

К планируемым результатам освоения курса по выбору «Логические основы математики» на уровне среднего общего образования, согласно требованиям ФГОС СОО, ООП СОО МАОУ «Гимназия «Гармония», относятся следующие результаты.

Личностные результаты:

1) российскую гражданскую идентичность, патриотизм, уважение к своему народу, чувства ответственности перед Родиной, гордости за свой край, свою Родину, прошлое и настоящее многонационального народа России, уважение государственных символов (герб, флаг, гимн);

2) гражданскую позицию как активного и ответственного члена российского общества, осознающего свои конституционные права и обязанности, уважающего закон и правопорядок, обладающего чувством собственного достоинства, осознанно принимающего традиционные национальные и общечеловеческие гуманистические и демократические ценности;

3) готовность к служению Отечеству, его защите;

4) сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, а также различных форм общественного сознания, осознание своего места в поликультурном мире;

5) сформированность основ саморазвития и самовоспитания в соответствии с общечеловеческими ценностями и идеалами гражданского общества; готовность и способность к самостоятельной, творческой и ответственной деятельности;

6) толерантное сознание и поведение в поликультурном мире, готовность и способность вести диалог с другими людьми, достигать в нем взаимопонимания, находить общие цели и сотрудничать для их достижения, способность противостоять идеологии экстремизма, национализма, ксенофобии, дискриминации по социальным, религиозным, расовым, национальным признакам и другим негативным социальным явлениям;

7) навыки сотрудничества со сверстниками, детьми младшего возраста, взрослыми в образовательной, общественно полезной, учебно-исследовательской, проектной и других видах деятельности;

8) нравственное сознание и поведение на основе усвоения общечеловеческих ценностей;

9) готовность и способность к образованию, в том числе самообразованию, на протяжении всей жизни; сознательное отношение к

непрерывному образованию как условию успешной профессиональной и общественной деятельности;

10) эстетическое отношение к миру, включая эстетику быта, научного и технического творчества, спорта, общественных отношений;

11) принятие и реализацию ценностей здорового и безопасного образа жизни, потребности в физическом самосовершенствовании, занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью, неприятие вредных привычек: курения, употребления алкоголя, наркотиков;

12) бережное, ответственное и компетентное отношение к физическому и психологическому здоровью, как собственному, так и других людей, умение оказывать первую помощь;

13) осознанный выбор будущей профессии и возможностей реализации собственных жизненных планов; отношение к профессиональной деятельности как возможности участия в решении личных, общественных, государственных, общенациональных проблем;

14) сформированность экологического мышления, понимания влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды; приобретение опыта эколого-направленной деятельности;

15) ответственное отношение к созданию семьи на основе осознанного принятия ценностей семейной жизни.

Метапредметные результаты:

1) умение самостоятельно определять цели деятельности и составлять планы деятельности; самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность; использовать все возможные ресурсы для достижения поставленных целей и реализации планов деятельности; выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;

2) умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности, учитывать позиции других участников деятельности, эффективно разрешать конфликты;

3) владение навыками познавательной, учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;

4) готовность и способность к самостоятельной информационно-познавательной деятельности, владение навыками получения необходимой информации из словарей разных типов, умение ориентироваться в различных источниках информации, критически оценивать и интерпретировать информацию, получаемую из различных источников;

5) умение использовать средства информационных и коммуникационных технологий (далее - ИКТ) в решении когнитивных,

коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;

6) умение определять назначение и функции различных социальных институтов;

7) умение самостоятельно оценивать и принимать решения, определяющие стратегию поведения, с учетом гражданских и нравственных ценностей;

8) владение языковыми средствами - умение ясно, логично и точно излагать свою точку зрения, использовать адекватные языковые средства;

9) владение навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований, границ своего знания и незнания, новых познавательных задач и средств их достижения.

Результаты освоения курса 1

1) сформированность представлений о способах описания на математическом языке явлений реального мира;

2) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач;

3) владение формами мышления: понятия, суждения, умозаключения; законы правильного мышления;

4) понимание способов доказательств и опровержения (прямые и косвенные);

5) понимание видов логических ошибок, встречающихся в ходе доказательства и опровержения, понимание видов гипотез: общие, частные, единичные;

6) овладение основными знаниями из раздела математической логики.

7) овладение умением в художественной литературе находить понятия и суждения, делать логический анализ математических текстов; умение иллюстрировать различные виды понятий, суждений и умозаключений;

8) овладение практически навыками аргументации, доказательства и опровержения;

9) сформированность умений выявлять логические ошибки, встречающиеся в различных видах умозаключений;

10) сформированность умений вскрывать ошибки в математических софизмах;

11) владение умениями решать логические задачи по теоретическому материалу науки логики и математики.

Требования к уровню подготовки учащихся

К концу изучения данной программы «Логические основы математики» учащиеся **должны знать:**

1. Формы мышления: понятия, суждения, умозаключения.
2. Законы правильного мышления: а) закон тождества; б) закон противоречия; в) закон исключения третьего; г) закон достаточного основания.
3. Способы доказательства и опровержения.
4. Виды логических ошибок, встречающихся в ходе доказательства и опровержения.
5. Знать виды гипотез: общие, частные, единичные.
6. Владеть основными знаниями из раздела математической логики.

Должны уметь:

1. Иллюстрировать различные виды понятий, суждений и умозаключений новыми примерами, найденными в художественной литературе и в учебниках по математике для средней школы.
2. Записывать структуру сложных суждений ряда дедуктивных умозаключений в виде формул математической логики.
3. Находить отношения между понятиями, используя круги Эйлера, в том числе между математическими понятиями.
4. Практически владеть навыками аргументации, доказательства и опровержения.
5. Уметь вскрывать ошибки в математических софизмах. Уметь решать логические задачи.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МАТЕМАТИКИ»

10 КЛАСС

(1 час в неделю, всего 34 часа)

<i>Дата</i>	<i>№ урока</i>	<i>Тема урока</i>
	1	Формы чувственного познания: ощущение, восприятие, представление
	2	Формы абстрактного мышления: понятие, суждение, умозаключение
	3	Семантические категории
	4	Как возникла и развивалась логика
	5	Основные логические приемы формирования понятий
	6	Содержание и объем понятия. Омонимы и синонимы
	7	Виды понятий: общие и единичные, конкретные и абстрактные, относительные и безотносительные
	8	Виды понятий: положительные и отрицательные, собирательные и несобирательные
	9	Совместимые понятия

	10	Типы совместимости: противоположность, противоречие, соподчинение
	11	Несовместимые понятия
	12	Типы несовместимости: равнозначность, перекрещивание, подчинение
	13	Реальные и номинальные определения в математике. Правила явного определения понятий
	14	Ошибки, возможные в определении понятий
	15	Приемы, сходные с определением понятий
	16	Виды деления понятий. Правила деления понятий
	17	Классификация понятий в математике
	18	Ограничение понятий
	19	Обобщение понятий
	20	Объединение классов и пересечение классов. Основные законы логики классов
	21	Вычитание классов. Дополнение к классу А
	22	Простое суждение. Структура и виды простых суждений.
	23	Объединенная классификация простых суждений по качеству и количеству
	24	Приведение суждения к четкой логической форме
	25	Распределенность терминов в категорических суждениях
	26	Сложное суждение
	27	Образование сложных суждений с помощью логических связок: конъюнкции, дизъюнкции, импликации, эквиваленции, отрицания
	28	Виды сложных суждений
	29	Построение таблиц истинности
	30	Виды вопросов. Предпосылки вопросов
	31	Правила постановки простых и сложных вопросов
	32	Логическая структура и виды ответов
	33	Основные характеристики правильного мышления: определенность, последовательность, непротиворечивость, доказательность
	34	Закон тождества и его применение в математике

11 КЛАСС

(1 час в неделю, всего 34 часа)

<i>Дата</i>	<i>№ урока</i>	<i>Тема урока</i>
	1	Доказательство эквивалентности двух выражений путем эквивалентных преобразований
	2	Доказательство тождественной истинности двух выражений путем эквивалентных преобразований
	3	Выведение всех простых следствий из данных посылок методом Порецкого-Блэка
	4	Приложение логики высказываний к анализу и синтезу контактных и электронных схем
	5	Язык логики предикатов. Кванторы общности и существования. Примеры записи простых суждений в логике предикатов
	6	Запись суждений А, Е, I, O на языке логики предикатов
	7	Правила отрицания кванторов
	8	Запись отрицания простых категорических суждений в логике предикатов («логический квадрат»)

9	Понятие о неклассических логиках. Отношение между многозначными и двузначной логиками
10	Трехзначная логика Я. Лукасевича и трехзначная логика А. Гейтинга
11	Проблема интерпретации многозначных логик, m -значная логика Э. Проста
12	Бесконечно - значные логики А.Д. Гетмановой как обобщение логики Э. Проста
13	Зачет по теме «Математическая логика»
14	Полная, неполная и математическая индукция. Использование их в математике
15	Индуктивные методы установления причинных связей
16	Индуктивные и дедуктивные методы изложения учебного материала в математике
17	Аналогия свойств и аналогия отношений
18	Строгая, нестрогая и ложная аналогия
19	Аналогия – логическая основа метода моделирования в науке и технике
20	Использование аналогий в процессе обучения на уроках физики, математики, астрономии, биологии и др. учебных предметов. Д. Поля о примерах применения аналогий в математике
21	Структура доказательства: тезис, аргументы, демонстрация. Роль доказательств в школьном обучении, в том числе в математике
22	Прямое и косвенное доказательство
23	Использование прямых и косвенных доказательств в математике
24	Правила доказательного рассуждения по отношению к тезису, к аргументам, к форме доказательства
25	Логические ошибки по отношению к тезису, аргументам
26	Логические ошибки в доказательстве
27	Понятие о логических парадоксах, парадоксы теории множеств
28	Понятие о паралогизмах, в том числе математических
29	Понятие о софизмах, математические софизмы
30	Виды гипотез
31	Построение гипотезы и этапы ее развития
32	Способы подтверждения гипотез и способы опровержения гипотез
33	Роль логики в математике, в познании, в жизни
34	Повторение основных понятий и методов.